Introdução à Topologia : Prova 1

Abril, 2018

Nome: ______________________________

Q:	1	2	3	4	5	Total
P:	20	20	20	20	20	100
N:						

Orientações gerais
1) As soluções devem conter o desenvolvimento e ou justificativa.
2) A interpretação das questões é parte importante do processo de avaliação. Organização e capricho também serão avaliados.
3) Não é permitido a consulta nem a comunicação entre alunos.

Questão 1 .... $\boxed{20}$

Considere uma aplicação $f : X \to Y$ entre dois espaços topológicos X e Y. Mostre que:

(a) $\boxed{10}$ f é uma aplicação aberta se, e somente se $f(\text{int}(A)) \subset \text{int} f(A)$, para todo subconjunto A de X.

(b) $\boxed{10}$ f é uma aplicação fechada se, e somente se $\overline{f(A)} \subset f(\overline{A})$, para todo subconjunto A de X.

Questão 2 .... $\boxed{20}$

Seja $f : X \to Y$ uma aplicação entre espaços topológicos. Considere o gráfico de f definido por $graf(f) := \{(x, f(x)) : x \in X\}$ com a topologia relativa e defina $F : X \to graf(f)$ através da regra $F(x) := (x, f(x))$.

Mostre que F é um homeomorfismo se, e somente se f é contínuo.

Questão 3 .... $\boxed{20}$

Mostre que $\prod_{\alpha\in\Lambda} D_\alpha \subset \prod_{\alpha\in\Lambda} X_\alpha$ é denso se, e somente se $D_\alpha \subset X_\alpha$ é denso em X_α para todo $\alpha \in \Lambda$.

Questão 4 .... $\boxed{20}$

Seja X um espaço topológico e $A \subset X$ um subespaço. Assuma que existe uma *retração* de X sobre A, isto é, existe uma aplicação contínua $r : X \to A$ tal que $r|A = I_A$. Prove que r é uma identificação.

Questão 5 .... $\boxed{20}$

Um espaço topológico X é dito *irredutível* se sempre que $X = F \cup G$, com F e G são fechados temos que $X = F$ ou $X = G$. Um subespaço é *irredutível* se ele é irredutível com a topologia relativa.

Mostre que se X é irredutível e U é aberto, então U é irredutível.